

Nom: _____

DNI: _____

NOTA: Los alumnos que tengan que examinarse del primer parcial deberán hacer únicamente los ejercicios 1 [1.5 puntos], 2(b) [1.5 puntos], 3(a) [1.5 puntos], 3(b) [1.5 puntos] y 3(c) [4 puntos].

1. [1 punto] Ordenar de menor a mayor las partes reales de los siguientes números complejos:

$$(-1)^i, \quad \sinh(\pi i), \quad i \ln \sqrt{-1+i}.$$

Tomar el valor principal del logaritmo cuando proceda.

2. Hallar **todas** las soluciones posibles de las siguientes ecuaciones:

(a) [1 punto] $\operatorname{sen} z = i \operatorname{senh} 4.$

(b) [1 punto] $i^z = e^{1+i\pi z}.$

3. Sea la función compleja

$$f(z) = \frac{1}{z(z+1)^2}$$

(a) [1 punto] Hallar la serie de Laurent asociada a f en el dominio $\mathcal{D} : 0 < |z+1| < 1.$

(b) [1 punto] Clasificar las singularidades de f y calcular los residuos correspondientes.

(c) [2.5 puntos] Determinar la integral

$$I = \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{z-1} dz,$$

donde \mathcal{C} es el contorno descrito por la ecuación $|z|=2$. Demostrar que $I \neq 2\pi i f(1)$ y razonar si este resultado contradice la fórmula de Cauchy.

4. [2.5 puntos] Hallar la siguiente integral utilizando el método de los residuos:

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{5 - 4 \cos \theta} d\theta.$$