

Nom: \_\_\_\_\_

DNI: \_\_\_\_\_

1. [2 puntos] Representar gràficament els següents nombres complexos:

$$(a) \frac{1+2i}{3-4i} \quad (b) \operatorname{Im} \left[ \frac{2}{(1+i)^2} \right] \quad (c) (-64)^{1/4} \quad (d) (-i)^{2/\pi}$$

Tomar la determinación principal cuando proceda.

2. Sea

$$f(z) = \frac{\operatorname{senh}(\pi z/2)}{z^3 + z}$$

- (a) [2 puntos] Clasificar las singularidades de  $f(z)$  y calcular los residuos correspondientes.  
(b) [2 puntos] Dar, sin hacer cálculos, todos los coeficientes  $b_n$  de la parte principal de la serie de Laurent asociada a  $f$  alrededor de  $z = 0$ .

3. [4 puntos] Sea

$$I = \int_{\mathcal{C}} \frac{e^z}{z^3 + z} dz$$

siendo  $\mathcal{C}$  la circunferencia, orientada positivamente, de radio 2 y centrada en el origen. Calcular  $I$  y demostrar que  $I$  es un número imaginario puro.

*Ayuda:* Pueden resultar útiles los siguientes valores numéricos:

$$\operatorname{sen} 1 \simeq 0.84$$

$$\operatorname{cos} 1 \simeq 0.54$$